MINES ParisTech

UPMC SORBONNE UNIVERSITÉS

Université Pierre et Marie Curie

Master 2e année Ingénierie Mathématique

Transfert orbital d'un engin à faible poussée

Stage réalisé au **Centre Automatique et Systèmes, Mines ParisTech** du 02 mars au 30 septembre 2015

Auteur :
Somaya GOUMRI

Encadrant :
François CHAPLAIS

Table des matières

Présentation du stage et introduction **3**

I Les transferts et rendez-vous orbitaux à faible poussée **5**

1 Modélisation physique **6**
1.1 Mise à poste géostationnaire d'un satellite électro-ionique . . . 6
1.1.1 Généralités sur les satellites géostationnaires . . . 6
1.1.2 Mise en fonctionnement opérationnel . . . 7
1.2 Dynamique d'un satellite . . . 8
1.2.1 Repères et référentiels . . . 8
1.2.2 Éléments orbitaux . . . 10
1.2.3 Changement de repère . . . 13
1.2.4 Mouvement képlérien . . . 15
1.2.5 Mouvement perturbé . . . 16
1.3 Perturbations orbitales . . . 19
1.3.1 Perturbations gravitationnelles . . . 19
1.3.2 Perturbations non gravitationnelles . . . 21
1.4 Récapitulatif . . . 22

2 Formulation contrôle optimal **24**
2.1 Quelques notions en contrôle optimal . . . 24
2.1.1 Forme générale d'un problème de contrôle optimal . . . 24
2.1.2 Le principe du Maximum de Pontryagin . . . 25
2.1.3 Problème aux limites . . . 26
2.2 Transfert optimal à faible poussée . . . 26
2.2.1 Critère à minimiser . . . 27
2.2.2 État et contrôle du système . . . 27
2.2.3 Dynamique et conditions aux limites . . . 27

II Résolution des problèmes de transfert et rendez-vous orbitaux à faible poussée : moyennisation **28**

3 Approche théorique **29**
3.1 Moyennisation en contrôle optimal . . . 29
3.1.1 Moyennisation au sens de Chaplais . . . 29
3.1.2 Moyennisation par fenêtres . . . 31
3.2 Démarche réalisée . . . 33
3.2.1 Transformation de la dynamique . . . 34
3.2.2 Moyennisation sur chaque période orbitale . . . 38
3.3 Structure du contrôle optimal . . . 38

3.3.1 Première minimisation . . . 39
3.3.2 Seconde minimisation . . . 39
3.3.3 Cas du transfert à temps minimum . . . 40

4 Approche numérique : outils et méthodes 41
4.1 Problème aux limites . . . 41
4.2 Résolution numérique du problème aux deux bouts . . . 43
4.2.1 Processus mis en œuvre . . . 43
4.2.2 Obtention de la dynamique . . . 43
4.2.3 Résolution du système différentiel . . . 44

5 Résultats obtenus et interprétations 46
5.1 Caractéristiques de la mission . . . 46
5.2 Mise à poste sans perturbation environnementale . . . 48
5.3 Mise à poste sous perturbation luni-solaire . . . 50

Conclusion et perspectives 53

Bibliographie 55

A Quelques résultats supplémentaires 56
A.1 Mise à poste sans perturbation environnementale . . . 56
A.2 Mise à poste sous perturbation luni-solaire . . . 57

Présentation du stage et introduction

Le stage s'est déroulé du 02 mars 2015 au 30 septembre 2015, sous la direction de M. François Chaplais, ingénieur de recherche au Centre Automatique et Systèmes (CAS), Mines ParisTech. Le CAS, dirigé par M. Nicolas Petit, s'intéresse, comme son nom l'indique, à tout ce qui a trait à l'automatique. C'est-à-dire à l'analyse des systèmes dynamiques (qu'ils soient mécaniques, chimiques, aéronautiques, pétroliers, énergétiques, etc) sur lesquels on peut agir au moyen d'une *commande*. Ce domaine se situe à l'interface entre les sciences physiques et mathématiques, et trouve aisément son application dans des situations très concrètes telles que la gestion énergétique des véhicules hybrides, la thermique du bâtiment, la configuration de missions spatiales, etc. Le centre intervient aussi bien au niveau académique : recherche scientifique, enseignement (cours en Master et Cycle doctoral), encadrement de stages de Master et de thèses, qu'industriel grâce à des collaborations avec par exemple EDF, l'IFPEN, Air Liquide, et notamment le CNES, ce qui m'amène au sujet de stage.

Présentation du sujet et contexte. On s'intéresse dans ce manuscrit au problème du transfert orbital (passage d'une orbite à une autre) d'un engin spatial (satellite ou sonde par exemple) à propulsion électro-ionique. Le recours à de tels systèmes de propulsion est en plein essor, comme en témoigne par exemple la signature récente (en mars et mai 2014) de deux accords de coopération entre Snecma et respectivement Thales Alenia Space et Airbus Defence and Space, pour équiper en moteurs électro-ioniques leurs plates-formes de satellites de nouvelle génération, baptisées Spacebus et Eurostar. Les propulseurs électro-ioniques utilisent l'énergie électrique produite par des panneaux solaires pour éjecter un gaz à grande vitesse (xénon généralement), créant la force de poussée. Ces systèmes ne nécessitent donc pas le transport du carburant nécessaire au fonctionnement du moteur (seule la masse à éjecter est transportée), contrairement aux systèmes plasmiques à réponse impulsionnelle, dont la masse d'ergols peut représenter plusieurs tonnes (très souvent plus de la moitié de la masse totale pour un satellite de télécommunications). Le coût nécessaire à sa mise sur orbite peut ainsi être réduit, permettant aux opérateurs choisissant ce type de propulsion d'utiliser un lanceur moins puissant, et donc moins cher. En parallèle de cette réduction de coût, les opérateurs ont également la possibilité d'augmenter la charge utile envisageable de transporter.

Toutefois, la puissance électrique à bord étant limitée, ces systèmes de propulsion génèrent une poussée faible, augmentant de manière significative la durée de transfert, pouvant aller de trois à six mois pour la mise à poste géostationnaire d'un satellite. L'engin va réaliser un grand nombre de révolutions autour de la Terre avant d'atteindre l'orbite voulue. Son mouvement est ainsi caractérisé par deux niveaux d'évolution différents :

- une évolution *lente* pour les paramètres définissant la forme de l'orbite, puisque la faible poussée ne permet que de déformer très légèrement l'orbite sur chaque période orbitale ;
- une évolution *rapide* pour le paramètre caractérisant la position de l'engin sur son orbite.

Pour ces raisons, le contrôle *optimal* (à temps minimum ou à consommation minimum) des transferts orbitaux à faible poussée conduit à des systèmes différentiels raides, difficiles à résoudre numériquement. Pour y remédier, on a recours à des techniques de *moyennisation*, adaptées au

contrôle optimal, qui permettent d'éliminer le mouvement rapide, et d'approcher le problème initial grâce à l'introduction d'un problème moyenné, mieux conditionné numériquement. Cette approche a été réalisée avec succès par S. Geffroy lors de sa thèse [11], dans la situation du transfert orbital « képlérien » (où seule la poussée est considérée comme perturbation orbitale), puis sous des contraintes environnementales (prise en compte de l'aplatissement terrestre dans l'expression du potentiel d'attraction terrestre, éclipses solaires). Cependant, elle reposait sur une méthode de moyennisation, établie par F. Chaplais lors de sa thèse [9], supposant que le second membre de la dynamique soit *périodique* par rapport à la variable modélisant le mouvement rapide. Cette hypothèse nécessaire limite la prise en compte de contraintes environnementales supplémentaires, telles que l'attraction luni-solaire, dans les équations du mouvement de l'engin spatial, n'étant, dans ce cas, plus périodique par rapport à la variable rapide. Toutefois, une nouvelle technique de moyennisation en contrôle optimal a récemment été développée par F. Chaplais, purement numérique, permettant de s'affranchir de cette hypothèse contraignante de périodicité. Elle fait appel à des outils issus du traitement du signal, et a été formalisée théoriquement par S. Bernard, étudiante à l'ENS Cachan et ancienne stagiaire de F. Chaplais, qui a démontré un théorème fondamental montrant la validité de cette méthode, du point de vue de l'approximation [1]. Dès lors, de nouvelles possibilités deviennent envisageables au niveau de l'application de cette méthode récente au problème du transfert orbital à faible poussée. Ce qui nous conduit aux objectifs du stage.

Objectifs du stage. Il s'agit principalement d'adapter la nouvelle méthode de moyennisation, qualifiée de *fenêtrée*, au problème du transfert orbital à faible poussée, sous perturbation luni-solaire. En effet, la prise en compte des effets de l'attraction gravitationnelle exercée par la Lune et le Soleil conduit à un système comportant plusieurs périodes (rotation du satellite autour de la Terre, rotation de la Lune et du Soleil autour de la Terre, dans un repère géocentrique). Plus précisément, il fallait

- étudier le problème du point de vue de la mécanique spatiale, en établissant notamment les équations du mouvement d'un tel engin spatial, soumis aux perturbations orbitales telles que la poussée ou l'attraction luni-solaire ;
- déterminer la forme du problème adaptée permettant l'application de la méthode de moyennisation par fenêtres ;
- étudier les problèmes de contrôle optimal associés (temps minimum et consommation minimum) en utilisant le Principe du Maximum de Pontryagin ([5]-[22]) ;
- résoudre numériquement le problème de transfert à faible poussée sous perturbation luni-solaire, sous Matlab, en prenant l'exemple de la mise à poste géostationnaire électro-ionique d'un satellite de télécommunications.

L'organisation du manuscrit va suivre naturellement l'ordre de ce cahier des charges.

Première partie

Les transferts et rendez-vous orbitaux à faible poussée

Chapitre 1

Modélisation physique

On s'attache dans ce chapitre à présenter un exemple classique de transfert orbital, la mise à poste géostationnaire d'un satellite à propulsion électro-ionique, sujet au cœur de ce document. Cette description générale va conduire à l'étude de son mouvement, et à l'introduction de concepts et notions nécessaires à la bonne compréhension de sa dynamique.

1.1 Mise à poste géostationnaire d'un satellite électro-ionique

Les satellites artificiels jouent un rôle central de nos jours, et l'on retrouve leur utilisation dans de nombreux domaines tels que les télécommunications, le positionnement (navigation GPS), le renseignement militaire, etc. Au niveau scientifique, ils aident par exemple à l'observation astronomique ou aux prévisions météorologiques. Toutefois, on va s'intéresser plus particulièrement aux satellites dits *géostationnaires*, dont l'exemple le plus probant est celui des satellites de télécommunications. Ils assurent la transmission d'informations entre différents points terrestres, grâce à ses applications en téléphonie, télévision, radio, etc. Ils ont ainsi une influence économique majeure, réalisant des revenus très souvent supérieurs aux coûts générés.

1.1.1 Généralités sur les satellites géostationnaires

Définition

Un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il est *fixe* par rapport à un observateur terrestre. Pour que cet effet soit réalisé, le satellite doit se situer sur une orbite particulière, qualifiée également de géostationnaire. Cette dernière présente des caractéristiques très précises de forme et de position : elle est circulaire, de période de révolution égale à la période de rotation de la Terre, et se situe à l'altitude de $42165,8$ km dans le plan équatorial. Cette particularité de géostationnarité trouve tout son intérêt dans le secteur des télécommunications : en effet, une antenne située sur la Terre souhaitant voir un satellite situé à une position donnée sur l'orbite géostationnaire sera toujours dirigée vers la même direction.

Structure et caractéristiques

Un satellite artificiel peut se diviser en deux parties :

- une *charge utile*, contenant l'ensemble des outils nécessaires à la réalisation de la mission qui lui a été attribuée. Pour un satellite de télécommunications, il peut s'agir d'antennes ou d'amplificateurs ;
- la *plate-forme de service*, regroupant les instruments assurant son bon fonctionnement. Typiquement, la structure du satellite, le système de propulsion (moteur et carburant) ou bien le système de production d'énergie (panneaux solaires pour la génération d'électricité) en font partie.